

Exercise 1.4.1

- i) 1 (1) P A
 2 (2) $\sim Q$ A
 1,2 (3) $P \ \& \ \sim Q$ 1,2 \&I $\vdash P \ \& \ \sim Q$
- ii) 1 (1) $P \vee Q$ A
 2 (2) $\sim Q \vee R$ A
 3 (3) $\sim P$ A $\vdash \underline{R}$
 1,3 (4) Q 1,3 $\vee E$
 1,2,3 (5) R 2,4 $\vee E$
- iii) 1 (1) $P \rightarrow Q$ A
 2 (2) $P \vee Q$ A
 3 (3) $\sim Q$ A
 2,3 (4) P 2,3 $\vee E$
 1,2,3 (5) Q 1,4 $\rightarrow E$
 1,2 (6) Q 3,5 RAA
- iv) 1 (1) $\sim P \leftrightarrow Q$ A
 2 (2) $\sim P$ A
 3 (3) $\sim Q \vee R$ A $\vdash \sim P \rightarrow R$
 1 (4) $\sim P \rightarrow Q$ 1 $\leftrightarrow$ E
 1,2 (5) Q 2,4 $\rightarrow E$
 1,2,3 (6) R 3,5 $\vee E$
 1,3 (7) $\sim P \rightarrow R$ 6 $\rightarrow$ I(2)
- v) 1 (1) $P \rightarrow Q$ A $\vdash (R \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$
 2 (2) ($R \vee \sim Q$) A
 3 (3) P A
 1,3 (4) Q 1,3 $\rightarrow E$
 1,2,3 (5) R 2,4 $\vee E$
 1,2 (6) $P \rightarrow R$ 5 $\rightarrow E$ (3)
 1 (7) $(R \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$ 6 $\rightarrow$ I(2)